

SÉQUENCE DE RENFORCEMENT 6^e : LES GRANDS NOMBRES

Séquence inspirée de la séquence du site www.numerationdecimale.fr et des travaux du chercheur en didactique des mathématiques Frédéric Tempier.



Source de l'image : www.numerationdecimale.fr

Pourquoi renforcer les compétences des 6^{es} sur les grands nombres ?

1) Pourquoi travailler spécifiquement la numération des grands nombres avec nos élèves ?

Jusqu'à 9 999, un travail sur les classes n'est pas nécessaire pour comprendre les relations entre unités de numération. La découverte des nouvelles unités de numération (unité, dizaine, centaine, millier) se fait par rapport à la précédente. La valeur de l'une est égale à 10 fois la valeur de la précédente.

À partir de 10 000, comprendre le fonctionnement des classes (unités, milliers, millions, milliards...) devient nécessaire. C'est à partir de ce nombre que les élèves découvrent des unités de numération dont le nom est composé de l'ordre et de la classe. Pour l'unité *dizaine de milliers* par exemple, *dizaine* correspond à l'ordre et *millier* le nom de la classe. Les relations à travailler avec les élèves ne seront plus seulement construites entre unités de numération conjointes, de proche en proche, mais entre classes. Par exemple : 100 000 correspond à 100 milliers et non seulement 10 dizaines de milliers. De même *million* et le *milliard* se définissent comme 1 000 fois la valeur de la classe inférieure la plus proche. 1 million se définit comme 1 000 milliers et 1 milliard comme 1 000 millions. Ces relations sont nouvelles pour les élèves de cycle 3 et trop souvent considérées comme transparentes par l'institution et donc non enseignées ou peu enseignées.

2) Cette séquence est-elle adaptée à nos élèves qui ne maîtrisent pas le principe décimal de notre système de numération pour des nombres inférieurs à 9 999 ?

D'après les évaluations nationales et les enquêtes de Frédéric Tempier, une partie importante de nos élèves ne maîtrisent pas les relations entre unités de numération. Par exemple, la tâche « 1 millier = . . . centaines » n'est réussie qu'à 50% par des élèves de 5^e. Les élèves de 5^e maîtrisent plutôt bien l'aspect positionnel de notre système de numération, c'est-à-dire qu'ils savent généralement identifier les valeurs des chiffres selon leur position dans des nombres inférieurs à 10 000. Ce sont donc les relations entre unités de qui pose un problème. Méconnaître le principe décimal empêche l'apprentissage des grands nombres et de la partie décimale des nombres décimaux. Cette séquence débute par des activités qui visent la remobilisation de connaissances sur les relations entre unités de numération de nombres inférieurs à 9 999.

SÉQUENCE

Connaissances testées	
Évaluation diagnostique	Connaître les relations entre unités simples, dizaines, centaines et milliers de proche en proche.
	Connaître les relations entre unités simples, dizaines, centaines et milliers.
	Être capable d'écrire des grands nombres « avec zéros muets » en chiffres sous la dictée.
Objectifs d'apprentissage	
Séance n°1 & séance n°2	Se forger une représentation mentale grâce au papier millimétré des relations entre unités de numération pour des nombres inférieurs à 9 999.
	Utiliser les relations entre unités de numération (de proche en proche uniquement) pour désigner des nombres inférieurs à 9 999.
Séance n°3	Utiliser les relations entre unités de numération de proche en proche jusqu'à 999 999.
	Utiliser les relations entre unités de numération pour faire ressortir la classe des milliers (ex : 345 230 = 245 milliers et 230 unités).
	Écrire en chiffre des nombres inférieurs à 999 999. Être capable de construire un tableau de numération organisé selon les rangs (jusqu'à CM).
Séance n°4	Utiliser les relations entre unités de numération pour désigner des nombres supérieurs à 1 million.
	Utiliser les relations entre unités de numération pour faire ressortir la classe des millions (ex : 1 000 milliers = 1 million)
	Écrire en chiffre des nombres supérieurs à 1 million.
	Être capable de construire un tableau de numération organisé selon les ordres et les classes.
Séance n°5 & séance n°6	Placer des grands nombres sur une demi-droite graduée.
	Placer approximativement des grands nombres sur une demi-droite graduée.

Séance n°1 & séance n°2

Se forger une représentation mentale grâce au papier millimétré des relations entre unités de numération pour des nombres inférieurs à 9 999.

Utiliser les relations entre unités de numération (de proche en proche uniquement) pour désigner des nombres inférieurs à 9 999.

Activité : Combien de carreaux ?

Règle du jeu :

Les élèves sont par groupe de deux ou trois. L'enseignant distribue à chaque tour de jeu le même morceau de papier millimétré (cf. annexe) à tous les élèves.

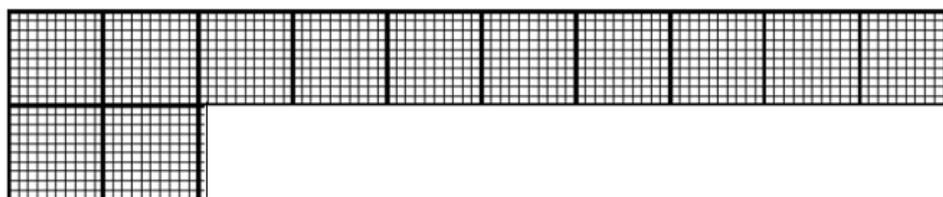
Chaque groupe note sur un papier le nombre total de petits carreaux. Une mise en commun a lieu à l'issue de chaque tour de jeu. On compte les points à la fin du jeu.

1^{er} tour du jeu : ça ne compte pas, on apprend les règles !

Consigne

Trouver le nombre de petits carreaux. Quand l'équipe a trouvé le résultat, elle le note sur un papier sans le montrer aux autres.

Morceau distribué (cf. annexe)



Élément pour une mise en commun

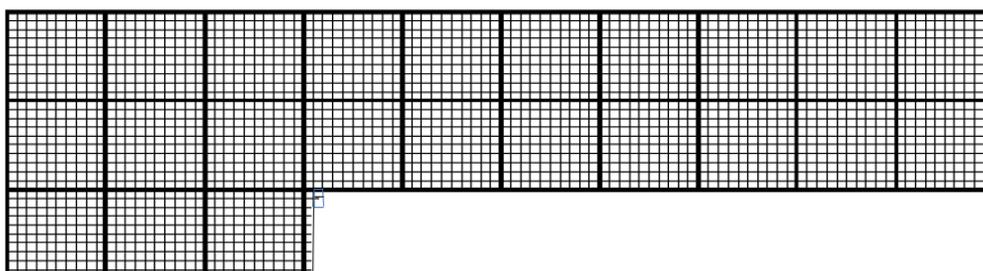
- Vérification que tous les groupes ont compris les règles. L'enseignant signale notamment que tous les petits carreaux comptent, même les dix qui ne sont pas dans un plus grand carré.
- Présentation par les groupes des méthodes employées pour dénombrer. L'enseignant n'émet pas de jugement de valeur pour l'instant sur les méthodes valides.

2^d tour de jeu : on compte les points !

Consigne

Trouver le nombre de petits carreaux. Quand l'équipe a trouvé le résultat, elle le note sur un papier sans le montrer aux autres.

Morceau distribué (cf. annexe)



Réponses éventuelles

On s'attend à ce qu'une partie des élèves compte les petits carreaux un à un quand d'autres constateront qu'il est plus simple de les compter par carré de 100. La majorité comptera probablement de 100 en 100 ou écrira $100+100+100+\dots$

Éléments pour une mise en commun

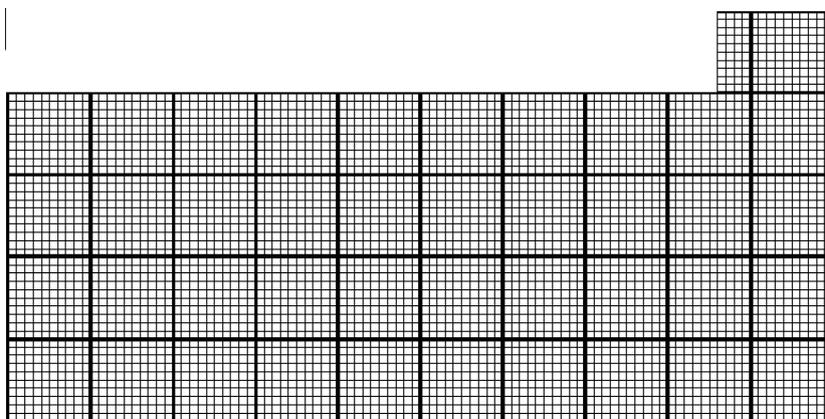
- Ne pas oublier les deux petits carreaux isolés.
- Faire présenter un carré de 100. Poser la question : est-on sûr qu'il y a 100 petits carreaux dans ce carré ? Pourquoi ? S'assurer que tous les élèves conçoivent qu'un carré est constitué de 10 lignes de 10 petits carreaux. S'appuyer sur la projection de la figure.
- Faire formuler aux élèves les procédures efficaces.
- Faire présenter un carré de 100. Poser la question : est-on sûr qu'il y a 100 petits carreaux dans ce carré ? Pourquoi ? S'assurer que tous les élèves conçoivent qu'un carré est constitué de 10 lignes de 10 petits carreaux. S'appuyer sur la projection de la figure.
- L'enseignant présente les unités de numération en écrivant dans une partie du tableau qu'il n'effacera pas. Plutôt que de dire « carrés de 100 », nous dirons « centaines » ; plutôt que de dire « lignes de 10 », nous dirons « dizaines » ; plutôt que de dire « petits carreaux », nous dirons « unités ».
- Ecrire également au tableau : 1 dizaine = 10 unités et 1 centaines = 10 dizaines.

3^e tour de jeu : on continue !

Consigne

Trouver le nombre de petits carreaux Quand l'équipe a trouvé le résultat, elle le note sur un papier sans le montrer aux autres.

Morceau distribué (cf. annexe)



Réponses éventuelles

- Circuler dans les rangs pour expliquer aux élèves qui compteraient de nouveau les petits carreaux un à un qu'il y a plus simple.
- Certains élèves utiliseront des unités de numération, d'autres continueront à compter par carrés de 100.
- Certains élèves remarqueront probablement qu'une ligne dix carrés de cent correspondent à mille petits carreaux.

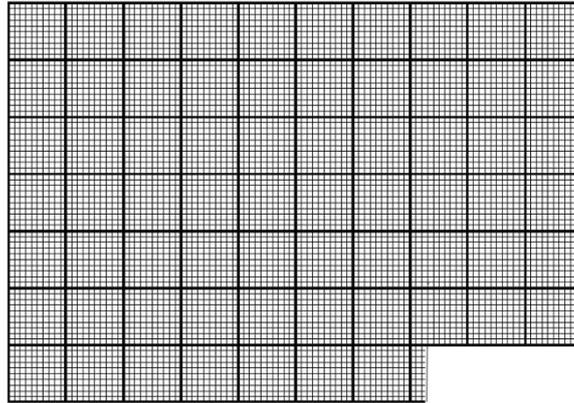
Éléments pour une mise en commun

- Rappeler que nous préférons utiliser les unités de numération.
- Faire présenter le fait que dans 10 carrés de 100 petits carreaux, il y a 1 000 petits carreaux. Compléter ce qui a été écrit au tableau au tour précédent par : 1 millier = 10 centaines.

4^e tour de jeu : on continue !

Même consigne et même réponse attendue qu'au tour précédent.

Morceau distribué (cf. annexe)



Éléments pour une mise en commun

- Même chose qu'au tour précédent.
- Pour gagner en rapidité, on dit aux élèves qu'à présent on écrira seulement les initiales des unités de numération (U ; D ; C ; M)

Enième tour de jeu : continuer le temps nécessaire à ce que les élèves parviennent à circuler entre la désignation des nombres en unités de numération et leur écriture en chiffres.

Mise en commun

Au fil de l'eau, travailler sur des égalités entre nombres écrits en unités de numération. Exemple : 41C1D=4M1C1D

Grand final !

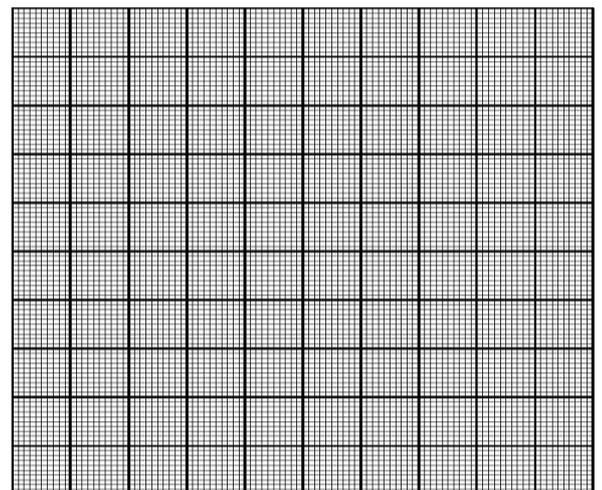
Consigne

Trouver le nombre de petits carreaux Quand l'équipe a trouvé le résultat, elle le note sur un papier sans le montrer aux autres.

Morceau distribué (cf. annexe)

Mise en commun

- Faire formuler que 10 lignes de 10 carrés de 100 valent 10 000.
- Et rappeler que « 1 dizaine de milliers » se dit aussi 10 milliers et s'écrit 10 000. On pourra écrire 1 dizaine de milliers « 1 DM ».



1 dizaine de milliers	1 millier	1 centaine	1 dizaine	1 unité



1 dizaine = unités

2 dizaines = unités

7 dizaines = unités

1 centaine = . . . dizaines

2 centaines = . . . dizaines

5 centaines = . . . dizaines

1 millier = . . . centaines

2 milliers = . . . centaines

9 milliers = . . . centaines

1 dizaine de milliers = . . . milliers.

2 dizaines de milliers = . . . milliers.

4 dizaines de milliers = . . . milliers.

Exercice n°1 : Complète.

7 milliers = centaines

13 milliers = centaines

34 milliers = centaines

3 centaines = dizaines

99 centaines = dizaines

13 dizaines de milliers = milliers

24 milliers = dizaines de milliers et milliers

37 centaines = . . . milliers et . . . centaines

334 unités = centaines et unités

8 milliers = centaines

60 centaines = . . . milliers

112 milliers = centaines

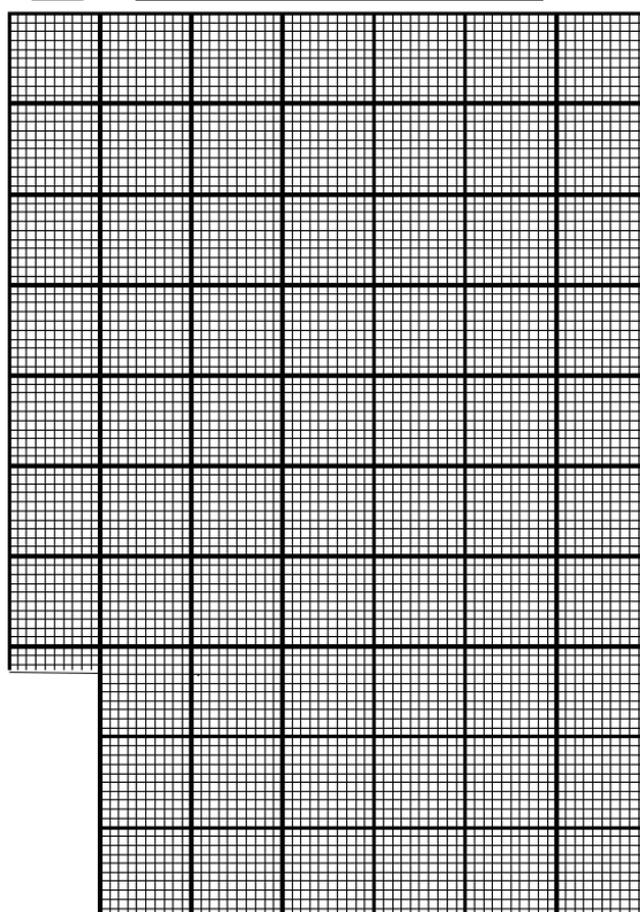
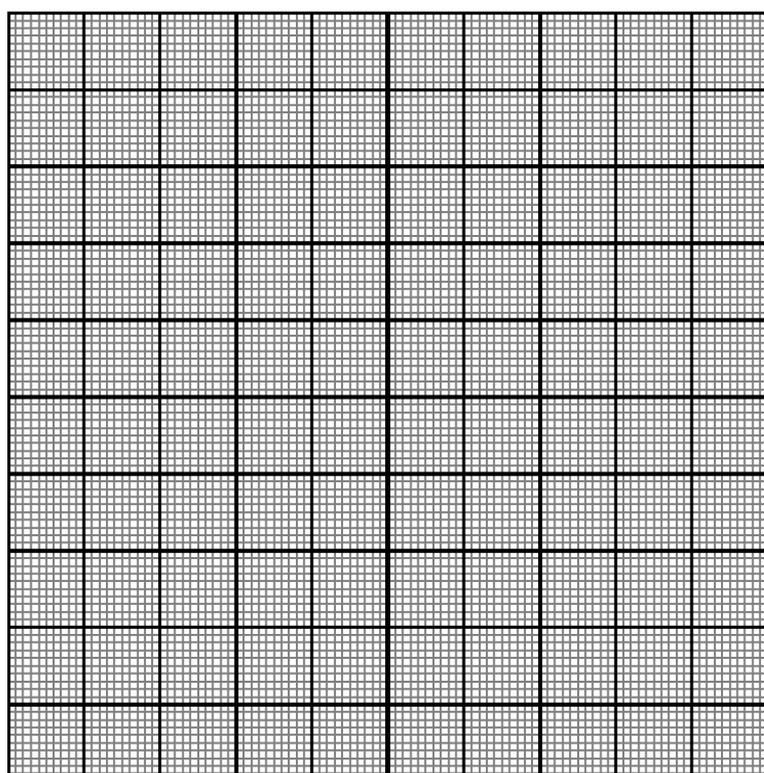
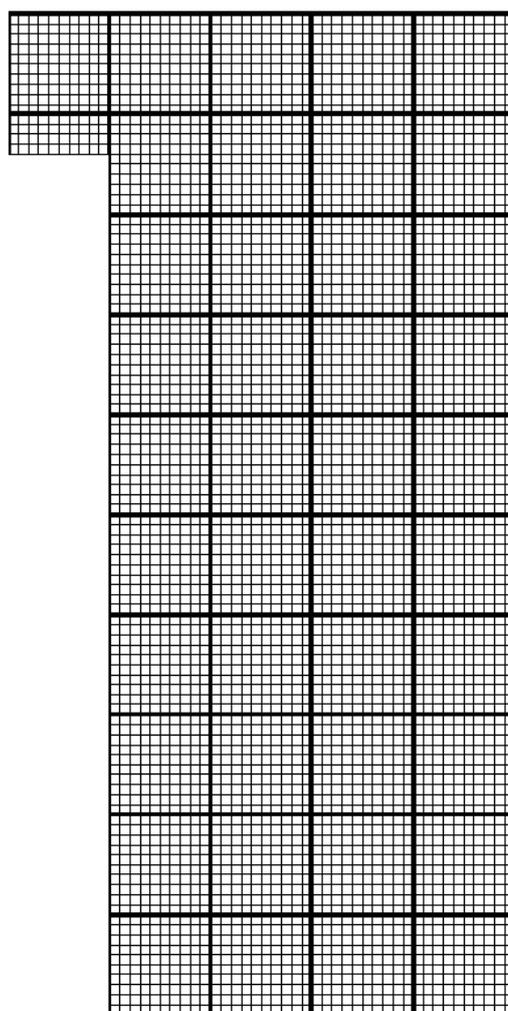
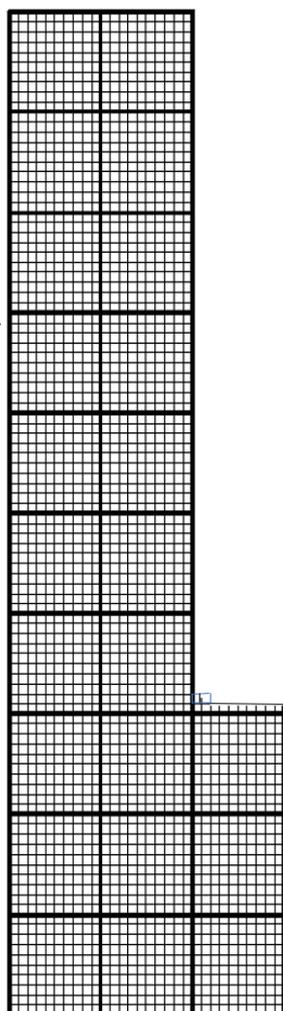
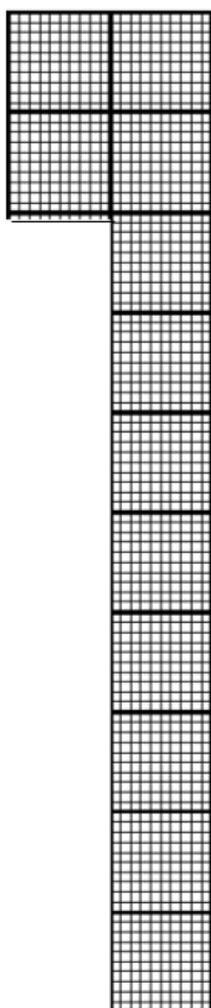
3 centaines = dizaines

9 dizaines de milliers = milliers

Exercice n°2 : Complète le tableau.

écriture en unités	écriture en chiffres
2 dizaines et 7 dizaines de milliers	
8 dizaines de milliers	
9 unités, 8 centaines, 4 milliers, 1 centaine de milliers	
3 dizaines de milliers et 6 centaines	
5 dizaines de milliers et 7 unités	
	40 000
	60 304
	650 020

Annexe : matériel



Séance n°3

Utiliser les relations entre unités de numération de proche en proche jusqu'à 999 999.

Utiliser les relations entre unités de numération pour faire ressortir la classe des milliers (ex : 345 230 = 245 milliers et 230 unités).

Écrire en chiffre des nombres inférieurs à 999 999.

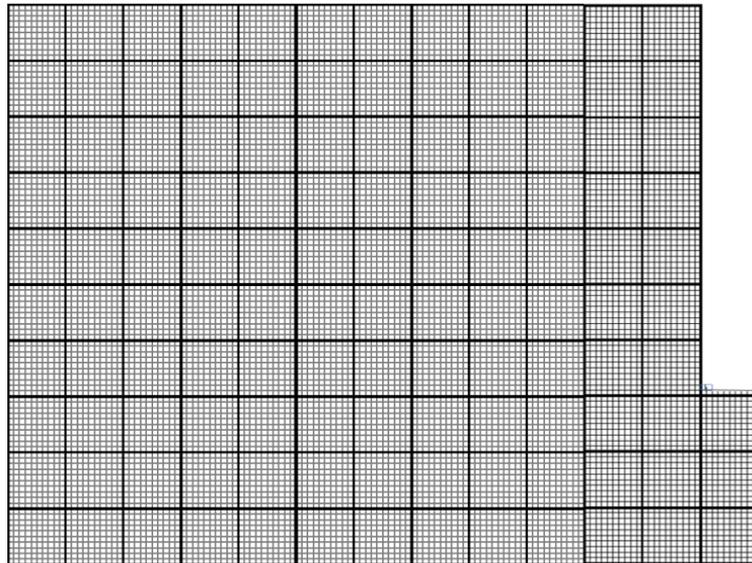
Être capable de construire un tableau de numération organisé selon les rangs.

Rappels de la séance antérieure

Projection de la leçon précédente complétée et commentaires.

Activité n°1 : Construction du tableau de numération organisé selon les rangs

Projection et distribution du morceau de papier millimétré ci-dessous :



Consigne

Trouver le nombre de petits carreaux.

L'enseignant laisse un peu les élèves chercher, mais les enjoint rapidement à tracer les contours d'un carré correspondant à 1 dizaine de milliers de petits carreaux s'ils n'y pensent pas.

Éléments pour une mise en commun et bilan

- Écrire le nombre-résultat en unités de numération et en chiffres au tableau sans marquer les groupes de trois.
- Construire avec les élève (sur leur feuille de *leçon*) un tableau de numération organisé selon les rangs autour du nombre écrit en chiffres.

DM	M	C	D	U
1	2	3	1	2

Activité n°2 : Combien de carreaux ?

Les élèves travaillent par groupe de trois ou quatre. Chaque groupe dispose de quatre feuilles de papier millimétré accolées.

Consigne n°1 : Combien de dizaines de milliers y a-t-il en tout ?

Consigne n°2 : Combien de milliers restent-il ?

Consigne n°3 : Combien d'unités restent-il ?

Consigne n°4 : Écris en chiffres le nombre de petits carreaux.

L'enseignant animera une mise en commun à l'issue de chaque étape.

Leçon : Les nombres jusqu'à 999 999

Écriture du nombre dans le tableau de numération précédent. 159 600, ça dépasse ! Il s'agit donc d'ajouter une colonne à gauche : comment la nommeriez-vous ? CM

Noter en dessous du tableau : « 1 centaine de milliers = 100 milliers et 1 centaine de millier = 10 dizaines de milliers »

Entraînement

Exercice n°1 : Complète.

- 10 dizaines de milliers = centaine(s) de milliers
- 3 centaines de milliers = dizaines de milliers
- 8 centaines de milliers = milliers
- 13 dizaines de milliers = milliers

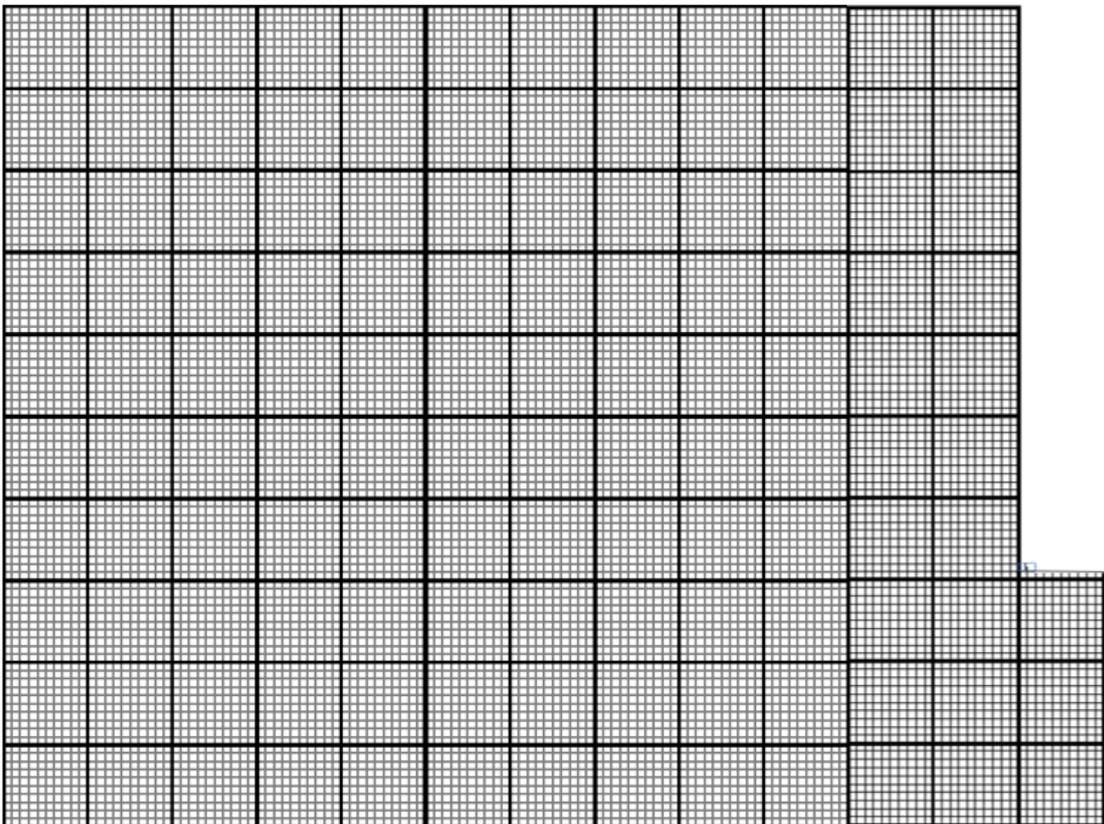
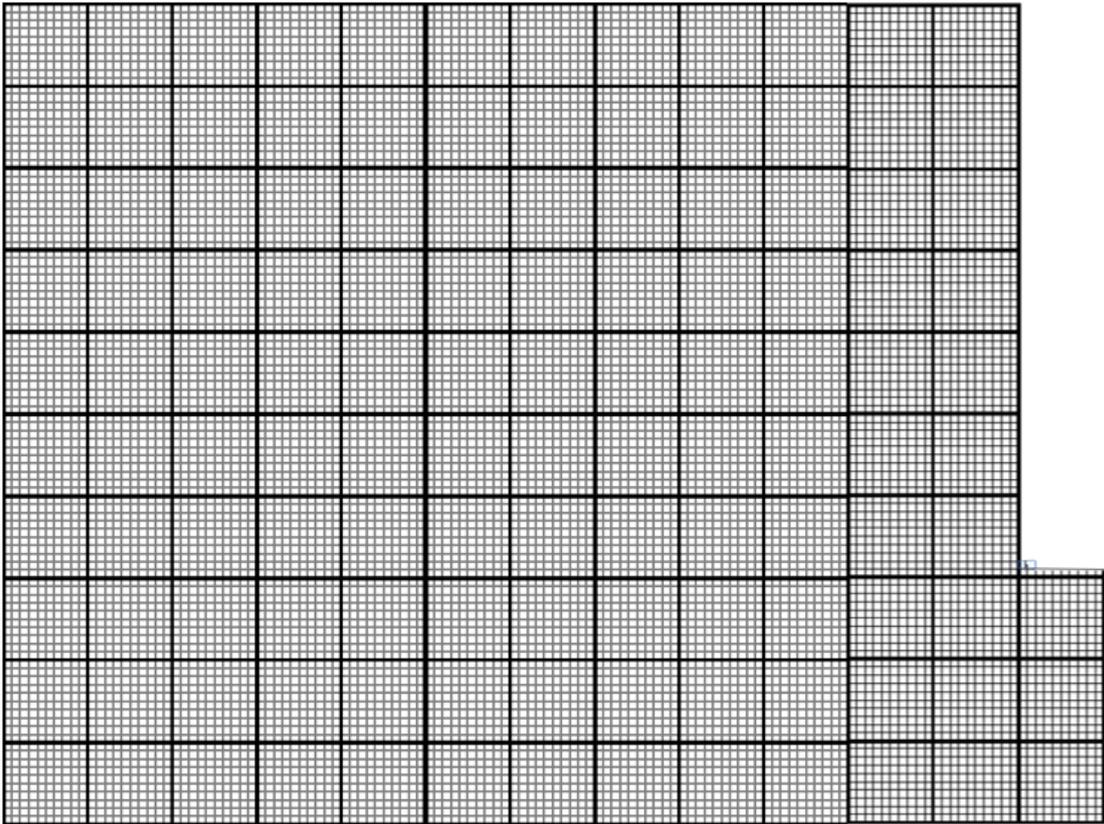
Exercice n°2 :

- Combien y a-t-il de milliers dans le nombre 7 299 ?
Si on retire ce nombre de milliers, combien reste-t-il d'unités ?
- Combien y a-t-il de milliers dans le nombre 231 934 ?
Si on retire ce nombre de milliers, combien reste-t-il d'unités ?
- Combien y a-t-il de milliers dans le nombre 13 004 ?
Si on retire ce nombre de milliers, combien reste-t-il d'unités ?
- Combien y a-t-il de milliers dans le nombre 800 014 ?
Si on retire ce nombre de milliers, combien reste-t-il d'unités ?

Exercice n°3 : Écris en chiffres les nombres suivants.

- 30 milliers 389 unités =
- 245 milliers 2 unités =
- 4 milliers 18 unités =

Annexe : matériel



Séance n°4	Utiliser les relations entre unités de numération pour désigner des nombres supérieurs à 1 million.
	Utiliser les relations entre unités de numération pour faire ressortir la classe des millions (ex : 1 000 milliers = 1 million)
	Écrire en chiffre des nombres supérieurs à 1 million.
	Être capable de construire un tableau de numération organisé selon les ordres et les classes.

Rappels de la dernière séance

Projection du tableau de numération de la séance précédente.

CM	DM	M	C	D	U
4	1	2	0	0	2

On rappelle que 4 1 2 0 0 2 est égal à 412 milliers et 2 unités. Ce qui s'écrit 412 002.

Activité n°1 : Jeu de commande et atteinte du million

Règles du jeu : L'enseignant dispose d'un certains nombres d'unités de numération. L'enseignant écrit un nombre au tableau, et les élèves doivent passer une commande en unités de numération pour former ce nombre.

Le tableau suivant est distribué aux élèves, il permet de passer les commandes.

Nombre	Ce que l'enseignant peut donner <u>au maximum</u> à chacun des groupes	Commande
2 3 0 9 8	999 unités et 999 milliers	
4 6 9 0 9 3	999 unités et 999 dizaines de milliers	
3 6 9 0 7	999 unités ; 30 milliers et 100 centaines	
4 5 9 0 0 0	999 unités et 999 milliers	
1 0 0 0 0 0 0	0 unité et 999 milliers	

La première commande est effectuée avec l'ensemble de la classe pour s'assurer que chacun a compris les règles du jeu.

Éléments pour une mise en commun

- Une mise en commun est effectuée pour chaque ligne.
- Quel est le problème à la dernière ligne ? Quel est le nombre maximum que l'on peut former avec 999 milliers ? 999 000. Combien de milliers devons-nous ajouter pour obtenir 1 0 0 0 0 0 0 ? 1 millier. Le nombre souhaité est donc 1 000 milliers
- Placer le nombre 1 000 milliers dans le tableau de numération. Ça dépasse. Il s'agit d'ajouter une colonne à gauche.

MM	CM	DM	M	C	D	U
	4	1	2	0	0	2
1	0	0	0	0	0	0

- 1000 milliers ou des milliers de milliers, c'est pénible à dire, il faudrait trouver lui trouver un nom, une idée ? Le million.
- Ajout sur la feuille leçon de la dernière fois : 1 000 milliers = 1 millions = 1 000 000

Activité n°2 : Jeu de commande pour bien discerner les classes

Règles du jeu : L'enseignant dispose d'un certains nombres d'unités de numération. L'enseignant écrit un nombre au tableau, et les élèves doivent passer une commande en unités de numération pour former ce nombre.

Le tableau suivant est distribué aux élèves, il permet de passer les commandes.

Nombre	Ce que l'enseignant peut donner <u>au maximum</u> à chacun des groupes	Commande
3 9 4 8 3 8 3	999 unités ; 999 milliers et 999 millions	
9 0 8 7 3 8 0 0 8		
7 0 3 0 8 7 6 1 3		
1 0 0 0 9 0 0 0		
7 0 0 0 0 0 0		
9 9 9 9 9 9 9 9 9		
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0		

Leçon : Les nombres jusqu'à 999 999 999, et plus encore !

Construction d'un nouveau tableau avec les élèves.

Observons le tableau de la leçon précédente organisé selon les rangs. On remarque que les mots « dizaines », « centaines » reviennent à chaque fois. Pareil pour les centaines. En revanche, on ne dit pas en général « unités de milliers », « unités de millions » et « unités de milliards » ; on dit seulement milliers, millions et milliards... Mais rien ne nous empêche de le dire, ce serait même plus cohérent.

Construisons le nouveau tableau.

			Milliards			Millions			Milliers			Unités		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U

Diagramme illustrant les relations de multiplication par 1000 entre les classes de millions, milliers et unités :

- Unités → Milliers (× 1 000)
- Milliers → Millions (× 1 000)
- Millions → Milliards (× 1 000)

Écrire les relations entre classes :

1 000 unités = 1 millier

1 000 milliers = 1 millions

1 000 millions = 1 milliards

Entraînement

Exercices n°1 : Complète.

1 million = milliers

3 millions = milliers

67 millions = milliers

1 million = centaines de milliers

40 millions = milliers

2 000 millions = milliards

Exercices n°2 : Complète.

a. 3 4 9 0 4 0 0 2 = milliards millions milliers unités

2 3 0 0 6 2 0 8 3 0 0 = milliards millions milliers unités

0 5 3 4 9 8 0 0 0 7 0 0 2 = milliards millions milliers unités

b. Écris les trois nombres précédents en chiffres en mettant les espaces entre les groupes de trois chiffres.

.....

Exercices n°3 : Dictée de nombres à écrire en chiffre.

32 489

345 901

2 156 800

6 002 490

18 030 340

890 001 245

390 001 004

709 001 007

1 003 020

Exercices n°4 : Calcule.

2 000 milliers = millions

2 000 millions = milliards

50 milliers + 50 milliers = centaines de milliers

32 000 + 70 000 = centaines de milliers

500 000 + 500 000 =

80 millions + 80 millions = millions

500 000 000 + 500 000 000 =

Séance n°5
&
séance n°6

Placer des grands nombres sur une demi-droite graduée.

Placer approximativement des grands nombres sur une demi-droite graduée.

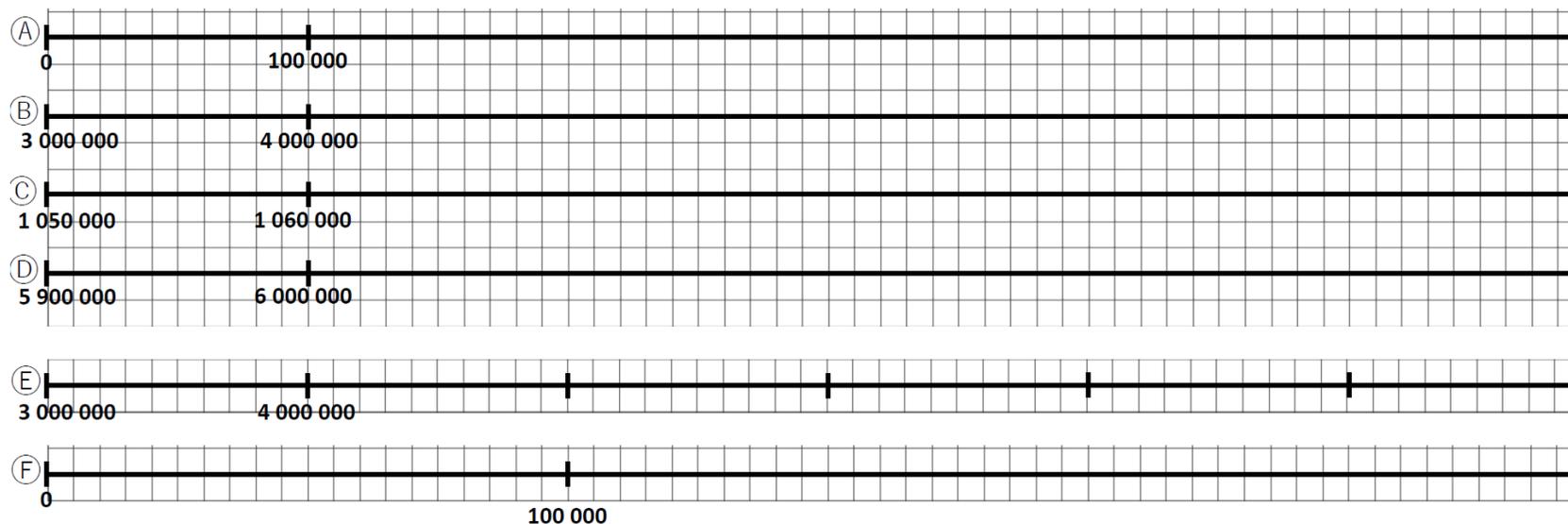
Rappels de la séance antérieure

Rappeler aux élèves ce qu'est une demi-droite et le vocabulaire afférent (origine de la demi-droite, graduation, pas de graduation, abscisse).

Activité

Place les nombres sur les demi-droites graduées. Commence par placer les nombres de la 1^{re} ligne.

Demi-droite	A	B	C	D	E	F
Nombres à placer	400 000	6 000 000	1 080 000	6 400 000	7 000 000	200 000
	30 000	3 800 000	1 054 000	5 970 000	3 800 000	35 000 60 000
	210 000	4 900 000	1 065 000 2 000 000	6 470 000	6 200 000 7 900 000	185 000

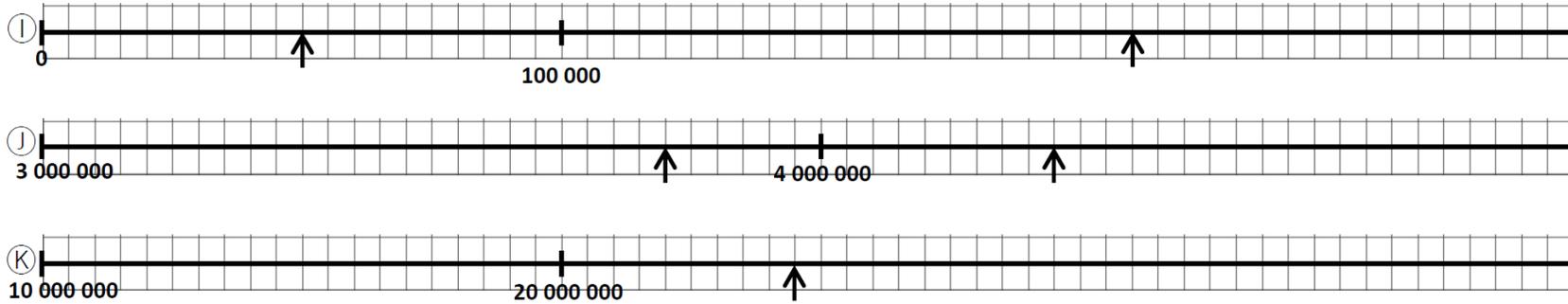


Source de l'image :
www.numerationdecimale.fr

Éléments pour la mise en commun

Discussion collective autour du repérage des nombres de la 1^{re} ligne du tableau, puis travail autonome des élèves avec des mises en commun régulières.

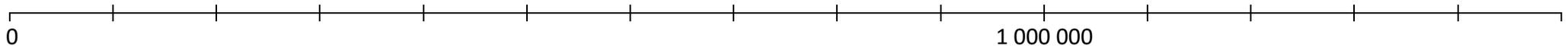
Exercice n°1 : Trouve les nombres repérés par des flèches sur les demi-droites graduées ci-dessous.



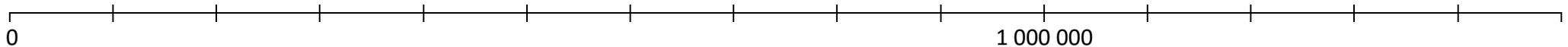
Exercice n°3 : Les diamètres du soleil et des planètes (en km).

Soleil	Mercure	Venus	Terre	Mars
Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton

1. Place le diamètre du soleil (So)



2. Place les diamètres d'Uranus (U) et de Jupiter (J)



3. Place les diamètres de la Terre (T)

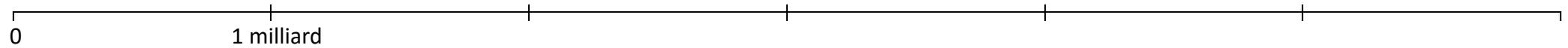


Exercice n°4 : Les distances des planètes par rapport au soleil (en km)

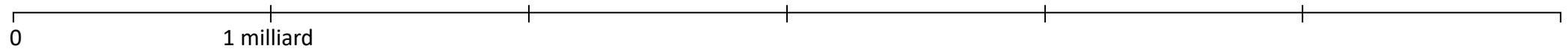
Soleil	Mercure	Venus	Terre	Mars

Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton

1. Place les distances au soleil de Pluton (P), Saturne (Sa) et de la Terre (T) :



2. Place les distances au soleil de Neptune (N), Uranus (U), Jupiter (J), Mars (Ma), Venus (V) et Mercure (Me) :



Annexe : Diamètres et distances au soleil approximatifs

Astres	Soleil	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Diamètre (km)	1 392 000	4 879	12 104	12 756	6 794	142 984	120 536	51 118	49 492	2 374
Distance au soleil (km)	0	57 910 000	108 200 000	149 600 000	227 940 000	778 330 000	1 429 400 000	2 870 990 000	4 504 300 000	5 913 520 000