

Chapitre n°5 : Arithmétique et simplification de fractions

Objectifs	NE	MI	CA	MS	TM
Je sais résoudre un problème à l'aide d'une division euclidienne.					
Je sais trouver si un nombre entier est divisible par un autre (division euclidienne et critères de divisibilité par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 ; 10).					
Je sais décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers.					
Je sais simplifier une fraction.					

I. Division euclidienne, multiple et diviseur

Activité n°1

Une marguerite comprend 89 pétales. Un enfant répète en boucle la comptine des degrés d'amour en effeuillant la marguerite : « un peu, beaucoup, énormément, à la folie, pas du tout ».

Comment est-il aimé ?

Bilan

Posons la division euclidienne de l'activité n°1 :

Écriture en ligne de la division euclidienne :

Remarque :

Cas particuliers : Effectue la division euclidienne suivante : $144 : 9$.

Définition :

Remarque : On dit aussi que b est un multiple de a .

Exemples :

- 6 est-il un diviseur du nombre 372 ?
- 131 est-il un multiple de 6 ?
- 14 est-il un diviseur de 14 ?

Rappels : Critères de divisibilité – Ces propriétés sont admises. Certaines seront justifiées plus tard.

- **Critère de divisibilité par 2** : Un nombre est divisible par 2 (on dit aussi « pair ») si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
- **Critère de divisibilité par 10** : Un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.
- **Critère de divisibilité par 5** : Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- **Critère de divisibilité par 3** : Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- **Critère de divisibilité par 9** : Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- **Critère de divisibilité par 4** : Un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités est divisible par 4.

Exemples

3 345 est-il divisible par...	Justification
2	
3	
4	
5	
9	
10	

Justification du critère de divisibilité par 10 sur un exemple

Explique pourquoi le critère de divisibilité par 10 est vrai. Tu pourras utiliser un ou plusieurs exemples pour expliquer.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bilan

Vocabulaire : Lorsqu'on écrit un nombre comme un produit de deux nombres, on dit qu'on a *décomposé le nombre en un produit de facteurs*.

Définition :

Remarque : À partir d'un nombre premier, on ne peut former qu'un seul rectangle de dimensions le nombre 1 et le nombre premier.

Exemples : Les nombres suivants sont-ils premiers ?

- 17 ?
- 25 ?
- 5 ?
- 1 ?
- 29 ?

Activité n°3 (Inspirée Ermel)

Règles du jeu expliquées sur un exemple :

24	On écrit le nombre entier de départ.
3×8	On écrit un produit de deux facteurs.
$3 \times 2 \times 4$	On écrit un produit de trois facteurs en gardant un facteur de la 1 ^{re} ligne.
$3 \times 2 \times 2 \times 2$	On continue en ajoutant un facteur à chaque ligne jusqu'à ce que ce ne soit plus possible.
$6 \times 2 \times 2$	On enlève un facteur à chaque ligne sans réécrire une décomposition déjà écrite.
12×2	...
24	Jusqu'à retourner au nombre de départ.

- Applique les règles du jeu au nombre 48.
- Applique les règles du jeu aux nombres 30 ; 72 et 13.

Bilan

On peut décomposer un nombre en un produit de plus de deux facteurs.

Exemple :

Remarque :

Théorème (admis) :



Ce théorème a été démontré par Carl Friedrich Gauss au 19^e siècle. Gauss était considéré par ses pairs comme le prince des mathématiciens. C'est aussi Gauss qui, à 9 ans, aurait donné instantanément la réponse à son instituteur qui lui demandait de calculer la somme $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ (poignées de mains).

Exemples : Trouver la décomposition en un produit de facteurs premiers de 50 ; 21 ; 105.

Questions supplémentaire à l'activité n°3

- Trouver toutes les décompositions possibles qui pourraient être à la ligne suivante de $3 \times 15 \times 4 \times 10$.
- Voici deux décompositions : $14 \times 11 \times 5$ et 20×77 . Sans calculer le nombre de départ, peut-on savoir si ce sont deux décompositions du même nombre ? Explique.