Chapitre n°8 : Le théorème de Thalès, sa contraposée et sa réciproque

Objectifs	NE	MI	CA	MS	TM
Je sais calculer une longueur à l’aide du théorème de Thalès.					
Je sais démontrer que deux droites ne sont pas parallèles grâce à la contraposée du théorème de Thalès.					
Je sais démontrer que deux droites sont parallèles grâce à la réciproque du théorème de Thalès.					

I. Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès

Théorème de Thalès (admis) : ABC est un triangle.

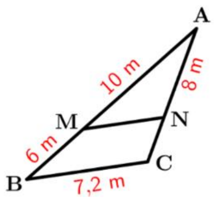
Si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ tels que les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Remarque : Le théorème de Thalès conclut à une situation de proportionnalité : les longueurs de côtés du petit triangle sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du grand triangle.

Avec la configuration précédente, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité. Un coefficient de proportionnalité est $\frac{AM}{AB}$.

Longueur de côté du grand triangle	AB	AC	BC
Longueur de côté du petit triangle	AM	AN	MN

Exemple : ABC est un triangle. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Calcule la longueur AC.

Corrigé : https://www.youtube.com/watch?v=0V11bft9w28

Calculons la longueur AC, sachant que l’on connaît : $AM = 10m$; $AB = 10m + 6m = 16m$ et $AN = 6m$.

M ∈ [AB], N ∈ [AC], et (MN)//(BC).

Donc, d’après le théorème de Thalès :

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$$

Ainsi, $\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}}$

$\frac{10}{16} = \frac{8}{\mathrm{AC}}$

$10 \times AC = 16 \times 8$ (Produit en croix)

$10 \times AC = 128$

$AC = \frac{128}{10}$

Donc, $AC = 12{,}8m$

II. Comment démontrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles à l'aide de la réciproque ou de la contraposée du théorème de Thalès ?

1. Comment démontrer que deux droites ne sont pas parallèles à l'aide de la contraposée du théorème de Thalès ?

Contraposée du théorème de Thalès : ABC est un triangle.

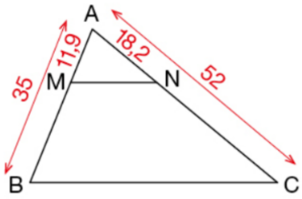
Si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ tels que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) **ne sont pas** parallèles.

Exemple

M et N sont des points des côtés [AB] et [AC] du triangle ABC ci-contre.

$\frac{AM}{AB} = \frac{11,9}{35} = 0,34$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{18,2}{52} = 0,35.$

$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ donc les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



Exemple du manuel *Transmath 4e*

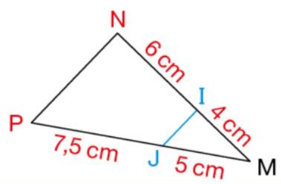
2. Comment démontrer que deux droites sont parallèles à l'aide de la récirpoque du théorème de Thalès ?

Réciproque du théorème de Thalès : ABC est un triangle.

Si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ tels que $\frac{AM}{AB}\frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) **sont** parallèles.

Exemple : manuel *Transmath 4e*

ÉNONCÉ MNP est le triangle représenté ci-contre. I est un point du côté [MN] et J est un point du côté [MP].
Montrer que les droites (PN) et (IJ) sont parallèles.



SOLUTION

Les triangles MNP et MIJ sont emboîtés.

$\frac{MI}{MN} = \frac{4}{10} = 0,4$ et $\frac{MJ}{MP} = \frac{5}{12,5} = 0,4.$

Ainsi, $\frac{MI}{MN} = \frac{MJ}{MP}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PN) et (IJ) sont parallèles.

CONSEILS

- On vérifie l'égalité des deux rapports en les calculant séparément.
- On indique que l'on utilise la réciproque du théorème de Thalès et on conclut que les droites sont parallèles.