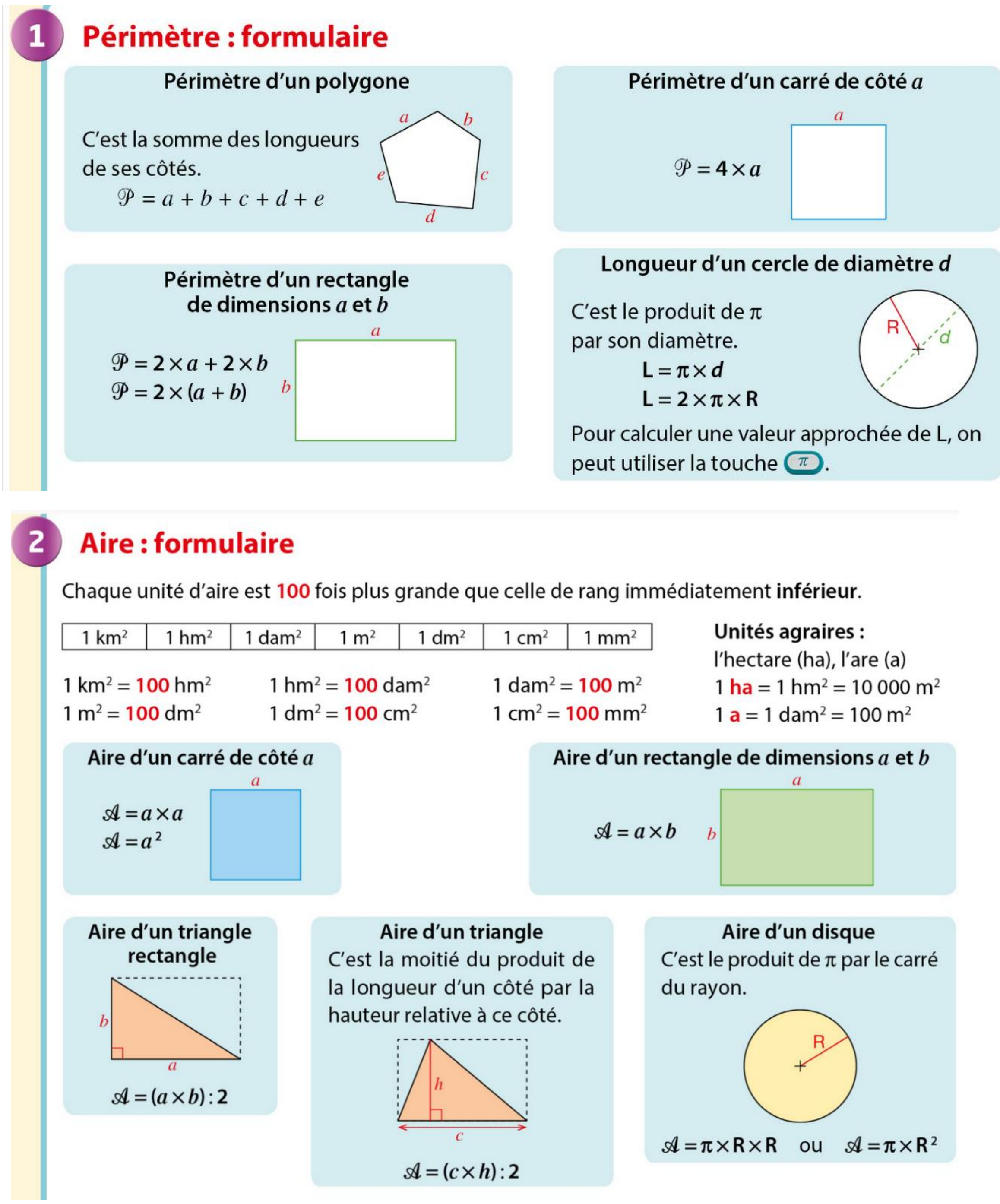
CORRIGÉ PLAN DE TRAVAIL

Révisions sur le chapitre *Périmètres et aires*

	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Je sais convertir des mesures d'aires			
Je sais calculer le périmètre et l'aire de carrés et de rectangles			
Je sais tracer les hauteurs d'un triangle, intérieures et extérieures			
Je sais calculer l'aire d'un triangle			
Je sais calculer l'aire et le périmètre d'un disque			
Je sais calculer le périmètre et l'aire de figures complexes			

Rappel des formules d'aires et de périmètres *(Manuel Transmath cycle 4)*



1 Périmètre : formulaire

Périmètre d'un polygone

C'est la somme des longueurs de ses côtés.
$\mathcal{P} = a + b + c + d + e$

Périmètre d'un carré de côté a

$\mathcal{P} = 4 \times a$

Périmètre d'un rectangle de dimensions a et b

$\mathcal{P} = 2 \times a + 2 \times b$
$\mathcal{P} = 2 \times (a + b)$

Longueur d'un cercle de diamètre d

C'est le produit de π par son diamètre.
$L = \pi \times d$
$L = 2 \times \pi \times R$

Pour calculer une valeur approchée de L, on peut utiliser la touche π.

2 Aire : formulaire

Chaque unité d'aire est **100** fois plus grande que celle de rang immédiatement **inférieur**.

1 km²	1 hm²	1 dam²	1 m²	1 dm²	1 cm²	1 mm²

1 km² = **100** hm² 1 hm² = **100** dam² 1 dam² = **100** m²
1 m² = **100** dm² 1 dm² = **100** cm² 1 cm² = **100** mm²

Unités agraires :
l'hectare (ha), l'are (a)
1 **ha** = 1 hm² = 10 000 m²
1 **a** = 1 dam² = 100 m²

Aire d'un carré de côté a

$\mathcal{A} = a \times a$
$\mathcal{A} = a^2$

Aire d'un rectangle de dimensions a et b

$\mathcal{A} = a \times b$

Aire d'un triangle rectangle

$\mathcal{A} = (a \times b) : 2$

Aire d'un triangle

C'est la moitié du produit de la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

$\mathcal{A} = (c \times h) : 2$

Aire d'un disque

C'est le produit de π par le carré du rayon.

$\mathcal{A} = \pi \times R \times R$ ou $\mathcal{A} = \pi \times R^2$

Je sais convertir des mesures d’aires

Exercice 1 (niveau 1)

Remplis la 1^re ligne du tableau de conversion d’aires suivant.

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
						1	3	0	0				
					1	0	2	3	4				
		2	3	4	3	2	0						
			0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3
							0	0	0	3	4	5	6

Exercice 2 (niveau 1)

Convertis les mesures d’aires suivantes. Aide-toi du tableau de conversion d’aires précédent.

$13m^2 = 1\,300dm^2$ $\qquad 102{,}34m^2 = 1{,}0234dam^2$ $\qquad 23{,}432hm^2 = 234\,320m^2$

$0{,}0123dm^2 = 0{,}0000000123hm^2$ $\qquad 3\,456mm^2 = 0{,}003456m^2$

Remarque : La plupart de ces conversions n’ont aucun intérêt (coup dur pour Monsieur Gautreau…), si ce n’est de s’entraîner à convertir (ouf !).

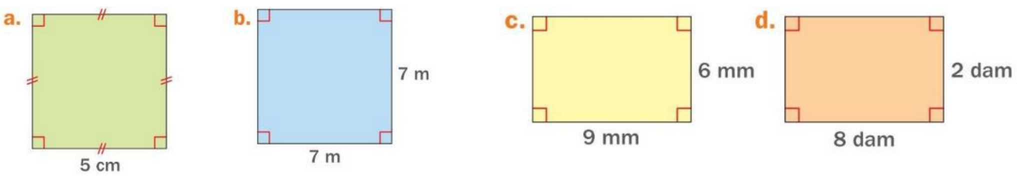
Pour comprendre, regardons la conversion $0{,}0123dm^2 = 0{,}0000000123hm^2$:

Cette valeur en hm² n’est pas du tout pratique. Il aurait mieux valu convertir $0{,}0123dm^2$ en cm² pour se faire une meilleure idée de ce que représente cette aire. Il est plus aisé de se représenter 1,23cm² que $0{,}0000000123hm^2$, non ?

Je sais calculer le périmètre et l’aire de rectangles

Exercice (niveau 1)

Calcule le périmètre et l’aire des quatre rectangles suivants.



Les deux formules d’aire qui vont nous servir ici sont :

$$A_{carré} = côté \times côté \quad et \quad A_{rectangle} = Longueur \times largeur$$

Sans rédaction, voici les solutions.

a. $25cm^2$
b. $49cm^2$
c. $54mm^2$
d. $16dam^2$

Remarque n°1 : Il n’y a pas d’erreur dans l’énoncé, il y a bien quatre rectangles. Les deux premiers carrés étant aussi des rectangles. Rappel : un carré est un rectangle particulier.

Remarque n°2 : Une mesure d’aire sans unité d’aire n’a pas de sens. En effet dire qu’une aire mesure 3 ne veut rien dire : est-ce $3mm^2$ ou $3km^2$. N’oublie pas les unités d’aire.

Exercice 2 (niveau 2)

a. Un carré a une aire de $16m^2$. Quelle est la longueur en mètres d'un côté.

$$A_{\,carré} = côté \times côté$$

Ici, l'aire du carré mesure $16m^2$. Ainsi, on cherche le nombre qui multiplié par lui-même donne $16m^2$.

$1m \times 1m = 1m^2$ Le côté ne mesure pas 1m.

$2m \times 2m = 4m^2$ Le côté ne mesure pas 2m.

$3m \times 3m = 9m^2$ Le côté ne mesure pas 3m.

$4m \times 4m = 16m^2$ Enfin ! Le côté mesure donc 4m !

Remarque : 16 est un nombre qui peut s'écrire comme le carré de deux nombres entiers ($16 = 4 \times 4$). Les nombres qui, comme le nombre 16, sont des carrés de nombres entiers, sont appelés des *carrés parfaits*. 4 ; 9 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 sont des carrés parfaits.

b. Quelle est la largeur d'un rectangle qui a une aire de 54dam² et une longueur de 6dam ?

$$A_{rectangle} = Longueur \times largeur$$

Ainsi, $54dam^2 = ? \times 6dam$

À nous de trouver le nombre qui multiplier par 6 donne 54 ! Or, tu sais que 54 est dans la table de 6.

En effet, $6 \times 9 = 54$.

La longueur du rectangle est $9dam$.

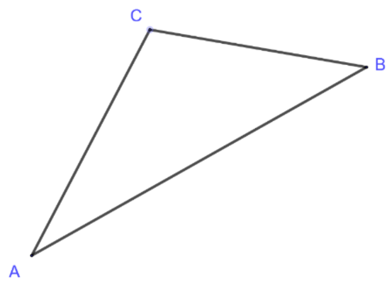
Je sais tracer les hauteurs d'un triangle, qu'elles soient intérieures ou extérieures

Exercice 1 (niveau 1)

Construis la hauteur qui passe par C.

Exercice 2 (niveau 2)

Construis la hauteur qui passe par A.



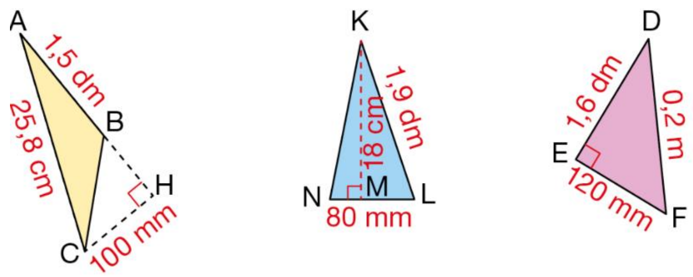
Je sais calculer l'aire d'un triangle

Exercice (niveau 1)

a. Quelle est la formule de l'aire d'un triangle ?

$$A = \frac{base\ \times hauteur}{2}$$

Attention : la base est le côté relatif à la hauteur. La hauteur coupe perpendiculairement sa base.



b. Calculer les aires de chacun de ces triangles. On fera attention au préalable à convertir les longueurs dans la même unité.

$$A_{ABC} = \frac{base \times hauteur}{2}$$

$$= \frac{AB \times CH}{2}$$

$$= \frac{1{,}5dm \times 1dm}{2}$$

$$= 0{,}75dm^2$$

$$A_{KLN} = \frac{base \times hauteur}{2}$$

$$= \frac{ML \times KM}{2}$$

$$= \frac{8dm \times 18cm}{2}$$

$$= 72cm^2$$

$A_{EFD} = \frac{base \times hauteur}{2}$

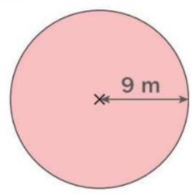
$= \frac{ED \times EF}{2}$

$= \frac{1{,}6dm \times 1{,}2dm}{2}$

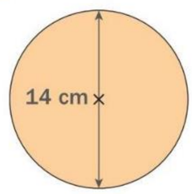
$= 0{,}96dm^2$

Je sais calculer l'aire et le périmètre d'un disque

a.



b.



Exercice 1 (niveau 1)

Calculer le périmètre et l'aire des figures suivantes. Tu donneras la valeur exacte puis la valeur approchée au centième.

a. Périmètre :

$P = 2 \times \pi \times R$ R désigne le rayon du disque.

$= 2 \times \pi \times 9m$

$= \boxed{18 \times \pi\ m}$ ← Valeur exacte

$\approx \boxed{56{,}55m}$ ← Valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule)

Pour calculer la valeur approchée à partir de la valeur exacte, utilise la touche π de la calculatrice.

Aire :

$A = \pi \times R \times R$

$= \pi \times 9m \times 9m$

$= \boxed{81 \times \pi\ m^2}$ ← Valeur exacte

$\approx \boxed{257{,}47m^2}$ ← Valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule)

b. Périmètre :

$P = 2 \times \pi \times R$

$= \pi \times D$ D désigne le diamètre du disque.

$= \boxed{\pi \times 14cm}$ ← Valeur exacte

$\approx \boxed{43{,}98m}$ ← Valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule)

Aire :

Calculons le rayon du disque : $R = \frac{D}{2} = \frac{14cm}{2} = 7cm$

$A = \pi \times R \times R$

$= \pi \times 7cm \times 7cm$

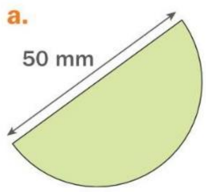
$= \boxed{42 \times \pi\ cm^2}$ ← Valeur exacte

$\approx \boxed{131{,}91m^2}$ ← Valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule)

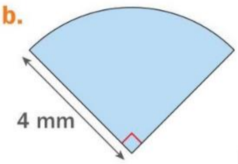
Exercice (niveau 2)

Calculer la valeur approchée de l'aire des figures suivantes, en prenant 3,14 pour valeur approchée de π.

a.



b.



a. Cette figure est un demi-disque. Il s'agit donc de calculer l'aire du disque entier puis de la diviser par 2.

- Calculons l'aire du disque entier.

Le rayon est égal à $R = \frac{D}{2} = \frac{50mm}{2} = 25mm$

$A_{disque\ entier} = \pi \times R \times R$

$= \pi \times 25mm \times 25mm$

$= 625 \times \pi\ mm^2$ ← Valeur exacte

$\approx \boxed{1\,963{,}50mm^2}$ ← Valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule)

- Calculons l'aire du demi-disque :

$$A_{demi-disque} = \frac{A_{disque\ entier}}{2}$$

$$\approx \frac{1\,963{,}50}{2} mm^2$$

$$\approx \boxed{981{,}75mm^2}$$

Remarque n°1 : Même si l'énoncé ne le demande pas, constatons que le mm^2 n'est ici pas l'unité la plus adaptée. Difficile en effet de se représenter $981{,}75mm^2$.

Convertissons $981{,}75mm^2$ en cm^2 :

$$981{,}75mm^2 = 9{,}8175cm^2$$

Remarque n°2 : Ci-dessous une rédaction un peu plus difficile à comprendre, mais plus courte et de meilleure qualité !

$$A_{demi-disque} = \frac{A_{disque\ entier}}{2}$$

$$= \frac{\pi \times R \times R}{2}$$

$$= \frac{\pi \times 25mm \times 25mm}{2}$$

$$= \frac{625 \times \pi}{2} mm^2$$

$$\approx \boxed{981{,}75mm^2}$$

Cette rédaction est de meilleure qualité parce que l'on calcule la valeur approchée à la dernière étape. Il n'y aura donc pas d'erreur d'arrondi. Mais tu verras cela l'an prochain.

b. Cette figure est un quart de disque. Il s'agit donc de calculer l'aire du disque entier puis de la diviser par 4.

- Calculons l'aire du disque entier.

$A_{disque\ entier} = \pi \times R \times R$

$= \pi \times 4mm \times 4mm$

$= 16 \times \pi\ mm^2$ ← Valeur exacte

$\approx \boxed{50{,}24mm^2}$ ← Valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule)

- Calculons l'aire du demi-disque :

$$A_{quart\ de\ disque} = \frac{A_{disque\ entier}}{4}$$

$$\approx \frac{50{,}24}{4} mm^2$$

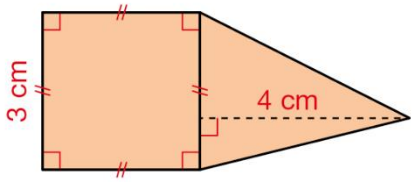
$$\approx \boxed{25{,}12mm^2}$$

Même remarque que précédemment, nous aurions pu calculer l'aire du quart de disque en une seule étape.

Je sais calculer le périmètre et l'aire de figures complexes

Exercice 1 (niveau 1)

Calcule l'aire de la figure suivante.



Cette figure se décompose en un carré et un triangle : $A_{totale} = A_{carré} + A_{triangle}$

- Calculons l'aire du carré :

$A_{carré} = coté \times côté$

$= 3cm \times 3cm$

$= \boxed{9cm^2}$

- Calculons l'aire du triangle :

$A_{triangle} = \frac{base \times hauteur}{2}$

$= 4cm \times 3cm$

$= \boxed{12cm^2}$

La hauteur est tracée. Sa base relative est un côté du carré. Grâce aux codages, on connaît la longueur de la base : $3cm$.

- Calculons l'aire totale :

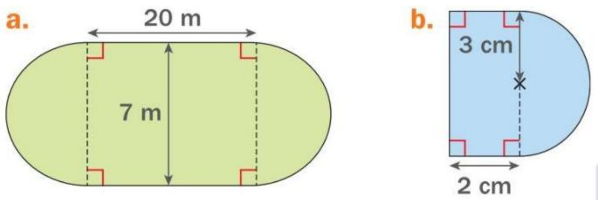
$A_{totale} = A_{carré} + A_{triangle}$

$= 9cm^2 + 12cm^2$

$= \boxed{21cm^2}$

Exercice (niveau 2)

Calculer les valeurs approchées de l'aire et du périmètre des figures suivantes, en prenant 3,1 comme valeur approchée de π.



a. Cette figure complexe se décompose en un rectangle au centre et deux demi-disque de même diamètre : 7m.

Pour se simplifier la vie, remarquons que les deux demi-disques forment un disque entier. Il suffira donc pour calculer l'aire de la figure entière d'ajouter l'aire du rectangle à l'aire d'un disque de diamètre $7m$.

$$A_{totale} = A_{disque\ entier} + A_{rectangle}$$

- Calculons l'aire du disque de diamètre 7m.

Calculons au préalable son rayon :

$$R = \frac{D}{2} = \frac{7m}{2} = 3{,}5m$$

$A_{disque\ entier} = \pi \times R \times R$

$= \pi \times 3{,}5m \times 3{,}5m$

$= 12{,}25 \times \pi\ m^2$ ← Valeur exacte

$\approx 12{,}25 \times 3{,}1m^2$

$\approx \boxed{37{,}975m^2}$

- Calculons l'aire du rectangle :

$A_{rectangle} = Longueur \times largeur$

$= 20m \times 7m$

$= \boxed{140m^2}$

- Calculons l'aire de la figure entière :

$A_{totale} = A_{disque\ entier} + A_{rectangle}$

$\approx 37{,}975m^2 + 140m^2$

$\approx \boxed{177{,}975m^2}$

Remarque : *Dès la seconde ligne du dernier calcul, il est nécessaire de mettre un signe $\approx$ et non $=$. En effet, à cette ligne, nous remplaçons l'aire du disque entier par une valeur approchée. L'aire totale est donc elle aussi une valeur approchée.*

b. Cette figure complexe se décompose en un rectangle et un demi-disque de rayon 3cm.

$$A_{totale} = A_{rectangle} + A_{demi-disque}$$

- Calculons l'aire du rectangle :

Déterminons d'abord ses dimensions : largeur et longueur.

Sa largeur mesure $2cm$. Sa longueur mesure le double du rayon du demi-disque : $2 \times 3cm = 6cm$.

$A_{rectangle} = Longueur \times largeur$

$= 6cm \times 2cm$

$= \boxed{12cm^2}$

- Calculons l'aire du demi-disque :

Calculons d'abord l'aire du disque entier. Nous prendrons la moitié de cette aire ensuite.

$A_{disque\ entier} = \pi \times R \times R$

$= \pi \times 3cm \times 3cm$

$= 9 \times \pi\ cm^2$ ← Valeur exacte

$\approx 9 \times 3{,}1cm^2$

$\approx \boxed{27{,}9cm^2}$

L'aire du demi-disque mesure :

$A_{demi-disque} = \frac{A_{disque\ entier}}{2}$

$\approx \frac{27{,}9}{2} m^2$

$\approx \boxed{13{,}95m^2}$

- Calculons l'aire de la figure entière :

$A_{totale} = A_{rectangle} + A_{demi-disque}$

$\approx 12cm^2 + 13{,}95cm^2$

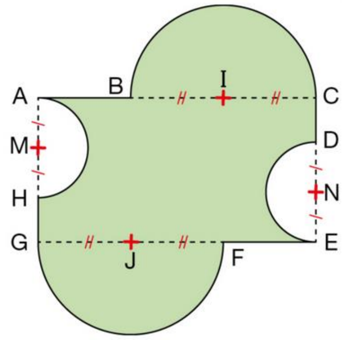
$\approx \boxed{25{,}95\,cm^2}$

***Remarque :** Dès la seconde ligne du dernier calcul, il est nécessaire de mettre un signe ≈ et non = . En effet, à cette ligne, nous remplaçons l'aire du disque entier par une valeur approchée. L'aire totale est donc elle aussi une valeur approchée.*

Exercice 2 (niveau 3 – résolu) : Manuel *Transmath 5^e*

1 Énoncé

ACEG est un rectangle tel que AC = 6 cm et AG = 3 cm.
Les quatre demi-disques ci-contre ont pour centres les points I, J, M et N des côtés du rectangle avec IC = JG = 2 cm et AM = EN = 1 cm.
Calculer une valeur approchée au centième près de l'aire, en cm², de la surface verte.



Solution

- Aire du rectangle ACEG :

$$3\text{ cm} \times 6\text{ cm} = 18\text{ cm}^2$$

- Aire d'un disque de rayon 2 cm :

$$\pi \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 4 \times \pi\text{ cm}^2$$

soit environ 12,57 cm².

- Aire d'un disque de rayon 1 cm :

$$\pi \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm} = 1 \times \pi\text{ cm}^2$$

soit environ 3,15 cm².

- Aire de la surface verte :

$$18\text{ cm}^2 + 12{,}57\text{ cm}^2 - 3{,}15\text{ cm}^2 = 27{,}42\text{ cm}^2$$

Une valeur approchée au centième près de l'aire de la surface verte est 27,42 cm².

Conseils

- En assemblant les deux demi-disques de centres I et J on obtient un disque de rayon 2 cm.
- En assemblant les deux demi-disques de centres M et N on obtient un disque de rayon 1 cm.
- La surface verte est donc composée :
  – du rectangle ACEG,
  – et d'un disque de rayon 2 cm,
  – auxquels on retire un disque de rayon 1 cm.
- On utilise la touche π de la calculatrice.