

v. Périmètre et aire du disque

a. Périmètre du disque

Propriété du périmètre du disque : La formule du périmètre du disque est : $\varphi = 2 \times \pi \times R$ ou $\varphi = \pi \times D$, avec R le rayon du disque, π une constante et D le diamètre.

Remarque : $\pi \approx 3,141592$ est un nombre qui a une infinité de chiffres après la virgule et qui n'a pas de période. On ne peut donc pas l'écrire avec des chiffres ; c'est pour ça qu'on le désigne par la lettre π , le « P grec ». Avec des chiffres, on ne peut donner qu'une valeur approchée. On choisit en général de retenir la valeur approchée suivante : $\pi \approx 3,14$.

Exemple : Donner la valeur exacte du périmètre d'un disque de rayon 4 cm, puis donner sa valeur approchée au centième. Tu utiliseras la touche π de la calculatrice pour remplacer dans le calcul π par une valeur approchée.

Calculons le périmètre d'un disque de rayon 4cm.

$$\begin{aligned}\varphi &= 2 \times \pi \times R \\ &= 2 \times \pi \times 4cm \\ &= 8 \times \pi cm \quad \leftarrow \text{Valeur exacte ; on n'a pas encore remplacé le nombre } \pi \text{ par une valeur approchée.} \\ &\approx 25,13cm\end{aligned}$$

b. Aire du disque

Activité n°6 : Aire du disque

Nous allons trouver la formule de l'aire du disque un peu de la manière dont Archimède l'a trouvée au 3^e siècle avant Jésus-Christ.

a. Sur une feuille, tu disposes d'un disque dont des diamètres sont tracés.

Découpe ton disque en suivant les lignes et colle ci-dessous les portions de ton disque de la manière suivante :



b. En réfléchissant sur cette nouvelle figure, conjecture la formule de l'aire du disque.

Il semble que l'aire du disque soit la même que l'aire d'un rectangle de largeur le rayon du disque et de longueur le périmètre du demi-disque.

Cela nous conduit à la formule de l'aire du disque suivante : $\mathcal{A} = \pi \times R \times R$.

Lien vers la figure Geogebra correspondant à l'activité : <https://www.geogebra.org/m/hzh4uHev>

Bilan

Propriété de l'aire du disque : La formule de l'aire du disque est : $A = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$, avec R le rayon du disque, et π la célèbre constante environ égale à 3,141592.

Exemple : Calcule la valeur exacte puis la valeur approchée au centième de l'aire du disque de rayon 4,5cm. Tu utiliseras la touche π de la calculatrice pour remplacer dans le calcul π par une valeur approchée.

$$A = \pi \times R \times R$$

$$= \pi \times 4,5\text{cm} \times 4,5\text{cm}$$

$$= 20,25 \times \pi \text{ cm}^2 \quad \leftarrow \text{Valeur exacte de l'aire.}$$

$$\approx 63,62 \text{ cm}^2 \quad \leftarrow \text{Valeur approchée au centième de l'aire.}$$

